

Institut de Mathématiques de Toulouse

118, route de Narbonne

31062 Toulouse cedex 9

France

May 19, 2022

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Hanny Ćmiel
pt. "Ciągłość pierwiastków i wartości dla ciał z waluacją".

Głównym przedmiotem badań rozprawy jest ciało z waluacją (K, v) oraz pierścien wielomianów $K[x]$ w jednej zmiennej z waluacją Gaussa, oznaczaną również przez v . Rozszerzamy v na algebraiczne domknięcie \tilde{K} ciała K i ponownie oznaczamy to rozszerzenie przez v . Mówi się, że dwa elementy $\alpha, \beta \in \tilde{K}$ są sobie bliskie, jeśli wartość $v(\alpha - \beta)$ jest duża, w sensie, który precyzuje się w każdym konkretnym przypadku. Podobnie, wielomiany $f, g \in K[x]$ uważa się za bliskie sobie, jeśli wartość $v(f - g)$ jest duża.

Główne pytanie stawiane w pracy magisterskiej Hanny Ćmiel jest następujące.

Rozważmy dwa wielomiany $f, g \in K[x]$. Czy możemy zagwarantować, przyjmując f i g dostatecznie blisko siebie, że ich pierwiastki są również parami blisko siebie? Na to pytanie udzielono odpowiedzi w sposób kompletny, precyzyjny i ilościowy.

Podano kilka różnych odpowiedzi, w zależności od tego, jakie hipotezy nakłada się na f i g oraz od dokładnej postaci wniosku, którego się szuka.

Główne wyniki rozprawy to Twierdzenia 2.1.1, 2.1.3, 2.1.8, 2.2.2, 2.3.2, 4.1.5, 4.2.2, 4.2.4, 4.2.5 i 4.3.1. W par. 5 Twierdzenie 4.2.2 jest rozszerzone do analogicznego twierdzenia o ciągłości pierwiastków i biegunów funkcji wymiernych (Twierdzenie 5.2.1). W par. 6 udowodniono dwa wyniki dotyczące ciągłości faktoryzacji na czynniki nieredukowalne w henselizacji danego ciała z waluacją (K, v) (Twierdzenia 6.1.3 i 6.2.5). Wszystkie te twierdzenia uważam za bardzo interesujące i nietrywialne z technicznego punktu widzenia. Sposób ich przedstawienia jest niezwykle precyzyjny i jasny.

Podsumowując, rozprawa H. Ćmiel stanowi znaczący wkład w badania nad ciałami z waluacją. Mam silne przekonanie, że przedłożona praca spełnia warunki postawione przez artykuł 187 ust. 1-3 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz. U. z 2022 r. poz. 574 ze zm.).

Mark Spivakovsky

Directeur de Recherche, CNRS

Institut de Mathématiques de

Toulouse

Université Paul Sabatier